

استفاده از ضریب پرش در توابع تی برای طراحی یک ساختار اولیه نوین در رمزهای جریانی

سید مهدی سجادیه^۱، علی هادی پور^۲ و راحله مرادعفی^۳

^۱ استادیار، گروه آموزشی برق و کامپیوتر، دانشگاه آزاد واحد خوراسگان، خوراسگان، ایران
m.sajadieh@khuisf.ac.ir

^۲ کارشناس ارشد ریاضی-رمز، گروه تحقیقات رمز خانه ریاضیات اصفهان، اصفهان، ایران
shakhsyar@chmail.ir

^۳ مربی، گروه آموزشی فنی-مهندسی، موسسه غیرانتفاعی آل طه، تهران، ایران
rahele_4281@yahoo.com

چکیده

رمزهای جریانی دسته‌ای از الگوریتم‌های رمز متقارن هستند، که پیام محرمانه را به صورت دنباله‌ای از بیت‌ها دریافت کرده و عملیات رمز را با استفاده از تابعی پیچیده بر حسب کلید و IV و ترکیب XOR با دنباله بیت‌ها انجام می‌دهد. یکی از اهداف در طراحی رمزهای جریانی، به دست آوردن حداقل دوره تناوب بزرگ بوده که یکی از توابع اولیه استفاده از توابع تی است. از طرفی استفاده از ضریب پرش در طراحی LFSRها باعث پیچیده‌تر شدن تحلیل رمزهای جریانی مبتنی بر LFSRها شده است. در این مقاله سعی شده، با استفاده از مفاهیم توابع تی و به کارگیری ضرایب پرش، روش جدیدی برای طراحی توابع اولیه رمزهای جریانی با دوره تناوب بالا ارائه شود.

واژگان کلیدی: توابع تی، ضریب پرش، رمزهای جریانی، دوره تناوب بیشینه.

۱- مقدمه

برد، به عنوان مثال با به کار بردن توابع غیرخطی بر روی ثبات‌های انتقال، پیچیدگی خطی بسیار بالاتر می‌رود. از طرفی با به کار بردن کلاک روی LFSRهای یک رمز جریانی، می‌توان دنباله کلید را نیز غیرخطی کرده و پیچیدگی دنباله را به مراتب بیشتر کرد. مزیت به کار بردن کلاک نامنظم، علاوه بر این که باعث پیچیدگی خطی بالاتر می‌شوند، در مقابل حملات همبستگی مقاوم هستند؛ ولی در مقابل حملات کانال جانبی مقاوم نیستند؛ به همین دلیل از سال ۲۰۰۴ به بعد جانسن [1] سعی کرد راهی بیابد که علاوه بر داشتن مزیت کلاک نامنظم، مشکل آن را حل کند که در همین راستا مسئله پرش^۱ را عنوان کرد و باعث شد رمزهای جریانی در مقابل حملات کانال جانبی نیز مقاوم باشند.

رمزهای جریانی کاربردهای فراوانی در بسته‌های سخت‌افزاری و نرافزاری دارند و به طور کلی روش‌های بسیاری برای طراحی رمزکننده‌های جریانی وجود دارد. یک روش معمول، به کار بردن یک رمزکننده قالبی در حالت‌های بازگشتی مانند سبک عملکرد OFB است. بسیاری از رمزکننده‌های جریانی بر اساس ثبات‌های انتقال پیشنهاد شده‌اند که به دو صورت، با پس‌خورد غیرخطی (NLFSR) و ثبات انتقال با پس‌خورد خطی (LFSR) ساخته می‌شوند. این در حالی است که مولدهای مبتنی بر LFSR، دارای خواص آماری مناسب و پیاده‌سازی سخت‌افزاری آسانی هستند. رمزکننده‌های جریانی مبتنی بر LFSR دارای اصول طراحی متفاوتی هستند که می‌توان برای به دست آوردن رمزکننده‌های پیچیده‌تر و ایمن‌تر، ترکیبی از آن‌ها را به کار

¹ Jumping

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات

حمله‌کننده قادر نباشند رفتار ریاضی طرح را تحلیل کنند. علاوه بر این که اثبات‌هایی نیز برای امنیت آن‌ها وجود دارد. لازم به ذکر است که طراحی الگوریتم‌های رمز با کلید مخفی اغلب از رویکرد دوم استفاده می‌شود. در این بخش دسته‌ای از توابع تی تعریف شده که شامل ترکیب‌های دلخواهی از عملیات جمع، تفریق، ضرب، or، and و جمع دودویی روی کلمات n بیتی هستند.

توابع تی نخستین بار توسط الکساندر کلیموف^۲ تحت نظارت ادی شامیر^۳ در سال ۲۰۰۲ با محوریت "طبقه جدیدی از نگاشت‌های وارون‌پذیر"^[6] معرفی شد. با توجه به تعریف این توابع، می‌توان آن‌ها را در طراحی اجزای اولیه رمزهای متقارن استفاده کرد. از جمله طرح‌هایی که مبتنی بر توابع تی بوده می‌توان به ABC (در سال ۲۰۰۵ توسط والدیمیر آناشین^۴ و همکارانش) [7,12] و TSC (در سال ۲۰۰۵ توسط هانگ^۵ و همکارانش) در نسخه‌های TSC-1، TSC-2 و TSC-3 [8] که خانواده‌ای از توابع تی مبتنی بر SBox است، اشاره کرد. Mir-1 (ساختاری مبتنی بر T-function و استفاده از SBox) [13] و Vest (ساختاری مبتنی بر SPN، NLFSR و T-function) [14] نیز از دیگر طرح‌هایی است که مبتنی بر توابع تی ارائه شد. به‌منظور آشنایی بیشتر، در بخش ۲-۱ خلاصه‌ای از الگوریتم‌های مذکور تشریح می‌شود.

فرض کنید $B^n = \{x_i \in B \mid x_i \in \{0,1\}\}$ یک مجموعه n تایی از عناصر $B = \{0,1\}$ باشند. در این صورت یک عنصر B یک بیت و یک عنصر B^n یک کلمه n بیتی نامیده می‌شود، به طوری که یک عنصر x از B^n به صورت $(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n)$ نمایش داده شده و هر بیت $[x]_{i-1}$ ، بیت شماره iام از کلمه x نامیده می‌شود. بنابراین $[x]_0$ را کم‌ارزش‌ترین بیت x و $[x]_{n-1}$ را پر ارزش‌ترین بیت x گویند. همان‌طور که بیان شد کلمه x برای نمایش بردار n بیتی $B^n \in (x_0, \dots, x_{n-1}, x_n)$ بیان می‌شود که می‌توان با استفاده از تابع تبدیل $x \leftrightarrow \sum_{i=0}^{n-1} 2^i [x]_i$ به پیمانه 2^n به این نمایش دست یافت.

خاصیت مهمی که در رمزکننده‌های جریان وجود دارد، دوره تناوب بالای آن‌ها بوده که در بهترین حالت برای یک دنباله L بیتی دوره تناوب $2^L - 1$ به دست می‌آید. بنابراین برای تولید دنباله‌هایی با دوره تناوب‌های بیشتر به بررسی تابع تی^۱ پرداخته که حداکثر دوره تناوب را دارد. از برتری‌های دیگر تابع تی آن است که عملیات معکوس آن بسیار سخت بوده و این برتری، مهم‌ترین برتری توابع تی نسبت به LFSRها است.

در این مقاله سعی شده با حفظ دوره تناوب بالا، به نحوی پلی بین پرش و تابع تی برقرار شود که دارای پیچیدگی مناسبی نیز باشد. از این رو بخش ۲، پس از بیان مباحث اولیه در رمزنگاری، به تفصیل به بررسی توابع تی و تعاریف آن پرداخته شده و در بخش ۳ مباحث مربوط به پرش، عنوان شده است. در بخش ۴ با ارائه نگاشتی از یک تابع تی، ارتباط بین آن و پرش را مطرح کرده و کران پایینی برای دوره تناوب ارائه می‌شود. در بخش ۵ نیز نتیجه‌گیری از مقاله ارائه شده است.

۲- توابع تی

هرم ابزارهای رمزنگاری را می‌توان به این صورت در نظر گرفت که پایین‌ترین سطح را اجزای سازنده الگوریتم‌های رمزنگاری تشکیل می‌دهند، که از آن به‌عنوان Primitive یاد می‌شود. سطح بالاتر آن الگوریتم‌های رمزنگاری هستند، مانند الگوریتم رمز RSA و AES. بالاترین سطح از هرم را پروتکل‌های رمزنگاری، مانند پروتکل ارسال یک پیام خصوصی از شخصی به شخص دیگر از طریق کانال ارتباطی مورد نظر تشکیل می‌دهند. به عبارت دیگر با ترکیبی از اجزای اولیه، الگوریتم‌های رمزنگاری طراحی شده و با استفاده از الگوریتم‌های رمزنگاری، پروتکل‌های رمزنگاری تولید می‌شوند. می‌توان گفت دو رویکرد اصلی برای طراحی الگوریتم‌های رمزنگاری وجود دارد؛ در رویکرد نخست سعی شده تنها اجزای اولیه‌های ساده (مانند LFSRها در رمزهای دنباله‌ای، و S-Boxها و P-Boxها در رمزهای قالبی و توابع درهم‌ساز) را با درک فهم خوبی به کار برده و همچنین قضایای ریاضی در رابطه با خواص رمزنگاری آن‌ها ثابت شود و در رویکرد دیگر نیز ترکیبی از عملیات مورد استفاده قرار داده شده است، به طوری که تنوعی از روش‌های غیرجبری و غیرخطی آمیخته می‌شوند؛ امید به این که نه طرح و نه

2 Alexander Klimov
3 Adi Shamir
4 Vladimir Anashin
5 Hong

¹ T-Function

$$\begin{aligned} & (x_r, x_1, x) \\ & \times \frac{(x_r, x_1, x_0) \bmod 2^r}{x_0, x_r, x_0, x_1, x_0} \\ & \oplus x_r, x_1, x_1, x_1, x_0 \\ & \oplus (x_r, x_r, x_1, x_r, x_0) \\ & (x_1, \oplus x_0, x_1, 0, x_0) \bmod 2^r \end{aligned}$$

مثال ۳. با توجه به دو مثال بالا، می‌توان از نگاشت‌های $x \rightarrow x \wedge x^r$ و $x \rightarrow x \wedge (3x - 5) \vee (x - 1)$ به‌عنوان یک تابع تی نام برد. لازم به ذکر است، علامات ۸، ۹ و \vee به ترتیب نشان‌دهندهٔ عطف بیتی، یای منطقی و انتقال به چپ بیتی هستند. باید خاطر نشان کرد که انتقال بیتی به سمت راست یعنی \geq (\gg) خاصیت تابع تی ندارد.

تعریف ۲. یک نگاشت $\phi: B^k \rightarrow B^k$ معکوس‌پذیر است اگر داشته باشیم $\phi(x) = \phi(y)$ اگر و تنها اگر $x = y$. بنابراین باید بررسی شود که یک تابع تی داده شده، معکوس‌پذیر است یا نه. در ادامه به قضایایی در ارتباط با نگاشت‌های معکوس‌پذیر پرداخته می‌شود.

مثال ۴. نگاشت‌های یک متغیره $x \rightarrow x + 2x^r$ ، $x \rightarrow x + (x^r \vee 1)$ ، $x \rightarrow x + (x^r \wedge 1)$ کلمه معکوس‌پذیرند، ولی نگاشت‌های $x \rightarrow x + x^r$ ، $x \rightarrow x + (x^r \vee 1)$ ، $x \rightarrow x + (x^r \wedge 1)$ معکوس‌ناپذیرند. برای نمونه معکوس‌پذیری نگاشت $x \rightarrow x + (x^r \vee 1)$ و معکوس‌ناپذیری نگاشت $x \rightarrow x + (x^r \wedge 1)$ بررسی می‌شود. معکوس‌پذیری و معکوس‌ناپذیری بقیه نگاشت‌ها به روش مشابه ثابت می‌شوند. در حالت یک بیتی برای نگاشت $x \rightarrow x + (x^r \vee 1)$ نتیجه می‌شود:

$$\forall x \in \{0, 1\}: x^r \vee 1 = 1, \forall y \in \{0, 1\}: y^r \vee 1 = 1 \Rightarrow x + (x^r \vee 1) = y + (y^r \vee 1) \Rightarrow x + 1 = y + 1 \Rightarrow x = y$$

با توجه به تعریف ۲ به روشنی نگاشت بالا معکوس‌پذیر است. برای نگاشت $x \rightarrow x + (x^r \wedge 1)$ در حالت یک بیتی نیز می‌توان بررسی کرد که:

تعریف ۱. تابع f از $B^{m \times n}$ به $B^{l \times n}$ یک تابع تی نامیده می‌شود، اگر i امین ستون از خروجی $[f(x)]_{i-1}$ تنها به i ستون نخست از ورودی‌های $[x]_0, \dots, [x]_{i-1}$ بستگی داشته باشد، به عبارت دیگر:

$$\begin{pmatrix} [x]_0 \\ [x]_1 \\ [x]_r \\ \vdots \\ [x]_{n-1} \end{pmatrix}^T \rightarrow \begin{pmatrix} f_0([x]_0) \\ f_1([x]_0, [x]_1) \\ f_r([x]_0, [x]_1, [x]_r) \\ \vdots \\ f_{n-1}([x]_0, \dots, [x]_{n-r}, [x]_{n-1}) \end{pmatrix}^T$$

و به بیان دیگر هر بیت i از خروجی‌ها برای $0 \leq i < n$ می‌تواند تنها به بیت‌های $0, \dots, i$ از ورودی‌ها وابسته باشد. در واقع نگاشت m کلمه به l کلمه است که هر کدام n بیتی‌اند و هر بیت خروجی به خودش و بیت‌های قبلی وابسته است [2]. در تعریف بالا، نگاشت یک کلمه n بیتی به یک کلمه n بیتی منظور شده است.

مثال ۱. $x + 1$ یک تابع تی است؛ زیرا:

$$(x_r, x_1, x_0) + (0, 0, 1) = (x_r \oplus x_1, x_r \oplus x_0, x_1 \oplus x_0 \oplus 1)$$

همان‌طور که مشخص است، بیت نخست $x_0 + 1$ بوده که کم‌ارزش‌ترین بیت می‌باشد. بیت دوم به حاصل جمع بیت اول وابسته است؛ لذا x_1 فقط با x_0 که مجهول است، جمع می‌شود و همچنین برای بیت سوم، x_r با ترکیب x_0 و x_1 جمع دودویی می‌شود. نمایش تعریف ۱ را برای این مثال می‌توان در زیر مشاهده کرد.

$$\begin{pmatrix} [x]_0 \\ [x]_1 \\ [x]_r \\ \vdots \\ M \end{pmatrix}^T \rightarrow \begin{pmatrix} [x]_0 \oplus 1 & \oplus [x]_1 \\ [x]_0 \oplus [x]_1 & \oplus [x]_1 \\ [x]_0 \oplus [x]_1 & \oplus [x]_1 \\ \vdots & \vdots \\ M & \oplus [x]_1 \end{pmatrix}^T$$

مثال ۲. $x \oplus x^r$ یک تابع تی است. این مثال برای

$$x = (x_r, x_1, x_0) \text{ و } n = 3 \text{ بررسی می‌شود.}$$

$$\begin{aligned} x \oplus x^r &= (x_r, x_1, x_0) \oplus (x_r, x_1, x_0)^r \\ &= (x_r, x_1, x_0) \oplus (x_1 \oplus x_1, x_0 \oplus x_0) \\ &= (x_1 \oplus x_1, x_0 \oplus x_0, 0) \end{aligned}$$

به‌طوری‌که $(x_r, x_1, x_0)^r$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود و همان‌طور که مشخص است هر کدام از بیت‌های حاصل با احتساب بیت نقلی به بیت‌های قبلی بستگی دارد.

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \oplus (s \wedge x_0) \\ x_2 \oplus (s \wedge x_0 \wedge x_1) \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 2x_1 x_2 \\ 2x_2 x_0 \\ 2x_0 x_1 \end{pmatrix}$$

می‌توان گفت هر تابع تی معکوس‌پذیر، یک تک‌دور ندارد؛ یعنی می‌توان تابع تی معکوس‌پذیری یافت که یک تک‌دور تشکیل نمی‌دهد؛ مانند تابع تی $x + (x^2 \vee 1) \bmod 2^n$.

قضیه ۱. نگاشت $x \rightarrow x + C \pmod{2^n}$ یک نگاشت تک‌دور است اگر و تنها اگر C فرد باشد [3].

قضیه ۲. فرض کنید N_0 طوری باشد که نگاشت $x \rightarrow x \oplus r(x)$ یک تک‌دور به پیمانه 2^N تعریف شود. این نگاشت تک‌دوری به پیمانه 2^n برای همه n ها تعریف می‌شود؛ اگر و تنها اگر برای همه $n \geq N_0$ تابع $r(x)$ یک پارامتر فرد باشد [3].

قضیه ۳. تابع تی $f(x) = x + (x^2 \vee C) \bmod 2^n$ مفروض است [4]. می‌توان برای این تابع ثابت کرد که اگر $[C]_0 = 1$ در این صورت f معکوس‌پذیر است. همچنین $[C]_0 = 1$ یک نگاشت تک‌دور است؛ اگر و تنها اگر $[C]_1 = 1$.

قضیه ۴. فرض کنید S یک Sbox تک دور و α یک پارامتر فرد باشند. اگر S^0 توان فردی از S و S^e توان زوجی از S باشند، آنگاه نگاشت $T(X) = (\alpha(X).S^0(X)) \oplus ((\sim \alpha(X).S^e(X)))$ یک تابع تی تک‌دور تعریف می‌شود. برای فهم بهتر، نگاشت T را می‌توان به صورت زیر نشان داد.

$$[T(X)]_i = \begin{cases} S^e([X]_i), & [\alpha(X)]_i = 0 \\ S^0([X]_i), & [\alpha(X)]_i = 1 \end{cases}$$

لم ۱. فرض کنید S یک Sbox تک‌دور و α یک پارامتر فرد باشند. نگاشت $X \rightarrow X \oplus (\alpha(X).S(X))$ یک تابع تی تک‌دور تعریف می‌کند.

۲-۱- خلاصه‌ای از الگوریتم‌های مبتنی بر توابع تی

همان‌طور که در بخش ۲ به آن اشاره شد، برخی از الگوریتم‌های رمز جریانی مبتنی بر توابع تی مطرح شد، که در زیر به برخی از آنها به اختصار اشاره می‌شود.

$$\begin{aligned} \forall x \in \{0,1\} : x = x^2 \wedge 1 \in \{0,1\}, \\ \forall y \in \{0,1\} : y = y^2 \wedge 1 \in \{0,1\} : \\ x + (x^2 \wedge 1) = y + (y^2 \wedge 1) \Rightarrow 2x = 2y \end{aligned}$$

حالا چون $2 \times 1 = 2 \bmod 2 = 0$ و $2 \times 0 = 0 \bmod 2 = 0$. بنابراین با توجه به تعریف ۲ به روشنی نگاشت بالا معکوس‌ناپذیر است.

تعریف ۳. نگاشتی که گراف مرتبط به آن با یک تک‌دور ایزومورف است، نگاشت تک‌دور نامیده می‌شود. به عبارتی نگاشت $x \rightarrow \Phi(x)$ یک نگاشت تک‌دور نامیده می‌شود [2] اگر دنباله به‌وسیله تکرار $x_0, x_1 = \Phi(x_0), \dots, x_n = \Phi(x_{n-1}) = \Phi(\Phi(x_0))$ تولید شود که دوره تناوبی به اندازه 2^n دارد، که این مقدار، دوره تناوب ممکن بیشینه برای کلمات n بیتی است.

می‌توان نشان داد نگاشت $x \rightarrow x + (x^2 \vee 5) \bmod 2^n$ یک نگاشت تک‌دور برای هر اندازه کلمه n است؛ درحالی‌که نگاشت $x \rightarrow x + (x^2 \vee 1) \bmod 2^n$ این چنین نیست. همچنین می‌توان نگاشتی با m متغیر n بیتی ساخت که یک تک‌دور بیشینه‌شده از اندازه 2^m دارد.

مثال ۵. نگاشت یک متغیره $x \rightarrow x + (x^2 \vee 5) \bmod 2^n$ یک نگاشت تک‌دور تعریف می‌شود. زیرا با فرض انتخاب $n=3$ و $x=1$ (به‌طور دلخواه) می‌توان دید بعد از هشت بار تکرار، نگاشت به $x=1$ برمی‌گردد. روند تغییرات x به صورت زیر است:

$$x = 1 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 0 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow 1$$

همان‌طور که مشخص است دوره تناوب نگاشت بالا برابر 2^3 بوده که حداکثر دوره تناوب آن است.

مثال ۶. نگاشت سه‌متغیره زیر یک نگاشت تک‌دور است به طوری که داریم:

$$S = ((x_0 \wedge x_1 \wedge x_2) - 1) \oplus (x_0 \wedge x_1 \wedge x_2)$$

انتخاب $n=3$ (به‌طور دلخواه) پس از 2^3 بار تکرار، نگاشت به حات اولیه برمی‌گردد.

¹ Single Cycle

۲-۱-۱- الگوریتم رمز TSC

در این بخش الگوریتمی بر اساس قضیه ۴ در بخش قبل، توصیف می‌شود. خانواده جدیدی از الگوریتم‌های رمز جریانی مبتنی بر توابع تی در سال ۲۰۰۵ توسط هانگ و همکارانش ارائه شد.

الگوریتم TSC-1 از چهار کلمه ۳۲ بیتی x_0, x_1, x_2, x_3 فردی به صورت $\alpha(X) = (p+C) \oplus p \oplus 2s$ استفاده شده است، که $C = 0x12488421$ ، $p = x_0 \wedge x_1 \wedge x_2 \wedge x_3$ و $s = x_0 + x_1 + x_2 + x_3$ باید توجه داشت که تمامی جمع‌ها به پیمانه 2^{32} انجام می‌شوند.

با تعریف یک Sbox 4×4 تک‌دور می‌توان بررسی کرد که $S^0 = S$ و $S^e = S^2$ برقرار است. این به صورت زیر تعریف شده است:

$$S_1[16] = \{3, 5, 9, 13, 1, 6, 11, 15, 4, 0, 8, 14, 10, 7, 2, 12\}$$

بنابراین می‌توان یک تابع تی تک‌دور با استفاده از قضیه ۴ تعریف کرد. لازم به ذکر است فیلتر الگوریتم TSC-1 به صورت $f(x) = (x_0 \lll 9 + x_1) \lll 5 + (x_2 \lll 7 + x_3)$ تعریف شده است، که در پایان ۳۲ بیت خروجی حاصل می‌شود.

الگوریتم TSC-2 به‌طور کامل مشابه الگوریتم TSC-1 بوده و از یک Sbox 4×4 تک‌دور به‌صورت زیر استفاده کرده است.

$$S_2[16] = \{5, 2, 11, 12, 13, 4, 3, 14, 15, 8, 1, 6, 7, 10, 9, 0\}$$

پارامتر فردی که در این الگوریتم به کار برده می‌شود، به صورت $\alpha_2(X) = (p+1) \oplus p \oplus 2s$ و فیلتر تعریف شده به شکل زیر استفاده می‌شود.

$$f_2(x) = (x_0 \lll 11 + x_1) \lll 14 + (x_2 \lll 13 + x_3) \lll 22 + (x_0 \lll 12 + x_1)$$

در سال ۲۰۰۵، هانگ و همکارانش در رقابت ECRYPT رمز جریانی TSC-3 را ارائه کردند [8]. این الگوریتم از چهار کلمه و هر کدام با اندازه ۴۰ بیت استفاده می‌کند. این طرح، معماری مبتنی بر الگوریتم‌های ۳۲ بیتی قبلی خود را تغییر داده و قاعدتاً به‌منظور پیاده‌سازی سخت‌افزاری طراحی شده است؛ به‌علاوه، اندازه حالت این طرح به ۱۶۰ بیت افزایش یافته است. لذا سطح امنیتی 2^{80}

برای آن جهت مقابله با حملاتی از جمله TMTO^۱ مورد انتظار است. هر لایه به‌وسیله Sboxهایی به‌روز می‌شوند که پیچیدگی آن نسبت به دو الگوریتم قبلی خانواده خود بیشتر است. پارامتر از دو کلمه p_0 و p_1 ساخته می‌شود به‌طوری‌که برای لایه نام مقدار زیر محاسبه می‌شود.

$$tmp = 2 \times [p_1]_i + [p_0]_i \in \{0, 3\}$$

بر اساس مقدار $[x]_i$ با استفاده از S^0, S^2, S^5 یا S^6 به‌روز می‌شود، به‌طوری‌که همان Sbox الگوریتم TSC-1 می‌باشد. تابع فیلتر TSC-3 بدین صورت به‌روز می‌شود که چهار متغیر ۳۲ بیتی y_i به‌نحوی برقرار می‌شوند، که هشت بیت کم ارزش از هر کدام از کلمات ۴۰ بیتی x_i حذف می‌شوند؛ سپس y_i ها بسته به مقدار کم‌ارزش‌ترین لایه حالت یعنی $[x]_0$ ، جایگشت داده می‌شوند. بنابراین شانزده جایگشت ممکن وجود خواهد داشت و تابع خروجی به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

$$f(y) = (y_0 \lll 9 + y_1 \ggg 2) \lll 8 + (y_2 \lll 7 + y_3) \ggg 9$$

۲-۱-۲- الگوریتم رمز ABC

ABC یک رمز جریانی همزمان^۲ بهینه شده برای کاربردهای نرم افزاری است. این الگوریتم با یک کلید ۱۲۸ بیتی و متغیرهای داخلی ۳۲ بیتی ارائه شده است. به همین دلیل از آن یک امنیت 2^{32} انتظار می‌رود. الگوریتم ABC از سه مولد اصلی A، B و C استفاده می‌کند. مولد A یک LFSR با طول ۱۲۸ که حالت‌های آن با z نشان داده شده‌اند. مولد B یک نگاشت تک‌دور مبتنی بر جمع حسابی در میدان $Z/2^{32}Z$ و جمع بیتی به پیمانه ۲ (xor) بوده و با متغیر x نشان داده می‌شود. مولد C نیز یک تابع فیلتر مبتنی بر جداول جستجو، جمع حسابی در میدان $Z/2^{32}Z$ و چرخش بیتی به سمت راست (>>>) است.

همان‌طور که گفته شد، A یک LFSR با طول ۱۲۸ بوده و چندجمله‌ای مشخصه آن برابر $\psi(\theta) = \theta^{127} + \theta^{63} + 1$ است. ۳۲ بیت بعدی در یک مرتبه کلاک خوردن به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند.

¹ Time Memory Data Trade Off

² Synchronous Stream Cipher

Input : $z \in / 2^{128}$, $x \in / 2^{32}$

$z \leftarrow A(z)$

$x \leftarrow \bar{z}_r + B(x) \pmod{2^{32}}$

$y \leftarrow \bar{z}_o + C(x) \pmod{2^{32}}$

Output : $z \in / 2^{128}$, $x \in / 2^{32}$, $y \in / 2^{32}$

به منظور توصیف الگوریتم‌های معرفی شده دیگر به منابع [13] و [14] رجوع شود.

۳- پرسش

همان طور که در بخش ۱ نیز اشاره شد، استفاده از روش کلاک نامنظم در رمزهای جریانی باعث حملات کانال جانبی خواهد شد. یکی از روش‌های نزدیک به روش کلاک نامنظم، استفاده از مفهوم پرسش است که در این حالت وضعیت فعلی با وضعیت به روز شده جمع می‌شوند. برای توصیف این حالت فرض کنید A ماتریس انتقال یک ماشین حالت متناهی خطی^۱ مستقل باشد و $f(x)$ چند جمله‌ای بازگشتی آن یعنی $f(x) = \det(xI + A)$ منظور گردد. در این صورت اگر توان J وجود داشته باشد به طوری که $A^J = A + I$ ، آن-گاه می‌توان گفت با تغییر ماتریس انتقال LFSM، از A به $A + I$ ، به طور مؤثر J گام از فضای حالت LFSM اصلی، صرف نظر از حالت ابتدایی ساخته می‌شود.

نخستین بار جانسن^۲ ایده پرسش را مطرح کرد. او از این ایده به منظور مقاومت الگوریتم‌های رمز جریانی در مقابل حملات کانال جانبی استفاده کرد. از الگوریتم‌هایی که از این ایده استفاده شده است، می‌توان به Pomaranch [10] و Mickey [11] اشاره کرد.

بازگشتی خطی زیر حائز اهمیت است:

$$s_{j+n} = \sum_{i=1}^n c_i s_{j+n-i} \Leftrightarrow \sum_{i=0}^n c_i s_{j+n-i} = 0 : (c_0 = -1)$$

به طوری که ضرایب بازگشتی c_i به طور معمول بیان می‌شوند و این ضرایب باعث می‌شوند چند جمله‌ای حاصل از آن، چند جمله‌ای بازگشتی نامیده شوند. چند جمله‌ای توصیف کننده $f(x)$ از درجه‌ای برابر با طول بازگشتی n

$$\leftarrow \bar{z}_r \oplus (\bar{z}_o = 31) \oplus (\bar{z}_o ? 1) \pmod{2^{32}}$$

$$\bar{z}_o \leftarrow \bar{z}_1,$$

$$\bar{z}_1 \leftarrow \bar{z}_r,$$

$$\bar{z}_r \leftarrow \bar{z}_r,$$

$$\bar{z}_r \leftarrow \bar{z}$$

تابع تک‌دور B که در رمز ABC از آن استفاده شده است و در نوع خود یک تابع تی است، به صورت معادله زیر نشان داده می‌شود:

$$B(x) = ((x \oplus d) + d) \oplus d \pmod{2^{32}}$$

به طوری که $d_o, d_1, d_r \in / 2^{32}$

$$d_r \equiv 0 \pmod{4} \quad d_1 \equiv 1 \pmod{4} \quad d_o \equiv 0 \pmod{4}$$

به عبارت دیگر معادلات زیر در یک زمان باید برقرار باشند:

$$d_{o,o} = d_{o,1} = 0,$$

$$d_{1,o} = 1, \quad d_{1,1} = 0,$$

$$d_{r,o} = d_{r,1} = 0.$$

برای نمایش فیلتر C رمز ABC، فرض کنید نگاشت

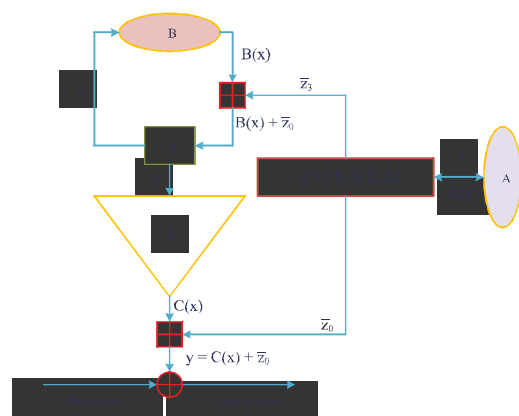
$$S: / 2^{32} \rightarrow / 2^{32}$$

$$S(x) = e + \sum_{i=0}^{31} e_i \cdot i(x) \pmod{2^{32}}$$

به طوری که $e_{r,1} \equiv 2^{16} \pmod{2^{32}}$. تابع فیلتر C خروجی y را به صورت زیر تولید می‌کند.

$$y = S(x) \gg 16$$

مولد دنباله کلید الگوریتم ABC به صورت شکل زیر است.



(شکل-۱): نمایش الگوریتم رمز ABC

همان طور که از شکل مشخص است، ورودی و خروجی الگوریتم به شرح زیر است:

¹ Linear Finite State Machine (LFSM)

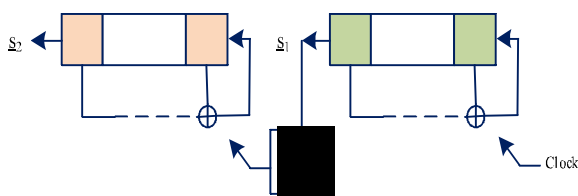
² JANSEN

برای J های صحیح برقرار باشد، آن گاه J ، ضرب پرشی f^J نامیده می شود [5].

پس با توجه به تعریف ۳ و مطالب ما قبل آن، اگر چنین توان L ی موجود باشد و بردار حالت 1 با A^J یا $A+I$ ضرب شود، به نتیجه یکسانی خواهد رسید. به علاوه تغییر A به $A+I$ به طور عمومی ساده تر از تبدیل A به A^J برای ماتریس انتقال دلخواه A است؛ لذا اگر $f(x)$ تحویل ناپذیر باشد، آنگاه A می تواند به عنوان ماتریس همراه $f(x)$ با به کاربردن ضرب ماتریسی مناسبی نوشته شود؛ به طوری که $A' = MAM^{-1}$ برقرار است. ماتریس های A و A' را ماتریس های مشابه نامند. توان های ماتریس همراه می تواند به عنوان نمایش همه عناصر میدان متناهی در نظر گرفته شوند.

لازم به ذکر است ضرب پرشی برای هر چند جمله ای تحویل ناپذیر، وجود ندارد؛ زیرا این مهم، بستگی به برقراری رابطه $x^J \equiv x+1 \pmod{f(x)}$ دارد، یا به طور معادل رابطه $f(x) | (x^J + x + 1)$ برای برخی J ها برقرار باشد. به عبارت دیگر $J = +1$ ، که ریشه $f(x)$ است و بنابراین عنصری از میدان $GF(2^n)$ است. بنابراین معادل با عبارت های می توان گفت، مسئله، یافتن یک عنصر J در میدان متناهی $GF(2^n)$ است، به طوری که f تعریف چند جمله ای و $n = \deg(f)$ می باشند. عبارت $J = +1$ این مفهوم را می رساند که عنصری از $GF(2^n)$ بوده و با تغییر ماتریس انتقال LFSM از A به $A+I$ ، به طور مؤثر J گام از فضای حالت اصلی LFSM، صرف نظر از حالت ابتدایی ساخته می شود.

شکل زیر، نمایشی از یک مولد رمز جریانی با دو LFSR و به کار بردن کلاک نامنظم است.



(شکل-۳): مولد دنباله LFSR با کلاک نامنظم

است که در رابطه $F(x) = \sum_{i=0}^n c_i x^i$ مشهود است. مرتبه

n م بازگشتی خطی به طور معمول توسط چند جمله ای بازگشتی آن، $C(x)$ ، ارائه می شود که از درجه n با رابطه

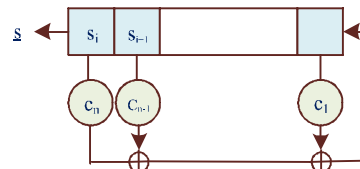
$$C(x) = \sum_{i=0}^n c_i x^{n-i}$$

بیان می شود.

LFSR را به عنوان یک ماشین حالت متناهی خطی می توان در نظر گرفت. در این حالت، حالتی از LFSM با یک بردار $t = (t_0, t_1, \dots, t_{n-1}, t_n)$ نمایش داده می شود؛ به طوری که t_i محتوای سلول حافظه M_i بعد از انتقال t را مشخص می کند. انتقال ها از یک حالت به حالت بعدی توسط یک ضرب بردار حالت با یک ماتریس انتقال T توصیف می شود؛ یعنی برای $t \geq 0$ ، رابطه $t_{+1} = t \cdot T$ صادق است. ماتریس انتقال برای یک LFSR با نمایش زیر

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & c_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 & c_{n-1} \\ 0 & 1 & \dots & 0 & c_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & c_1 \end{pmatrix}$$

به صورت مشخص شده است.



(شکل-۲): نمایش یک LFSR با n تپ

ماتریس بالا، ماتریس همراه چند جمله ای $C(x) = x^n - c_1 x^{n-1} - \dots - c_{n-1} x - c_n$ نامیده می شود. چند جمله ای بازگشتی T در مفهوم جبر خطی یعنی $C(x) = \det(xI - T)$ ، به طور دقیق برابر این چند جمله ای است و در نتیجه $C(T) = 0$. بنابراین ماتریس همراه بالا نقش یک ریشه C را بازی می کند و به طور متوالی می تواند برای تشکیل حل معادلات بازگشتی به کار رود.

تعریف ۳. فرض کنید $f(x)$ یک چند جمله ای تحویل ناپذیر روی $GF(2)$ باشد. اگر $x^J \equiv x+1 \pmod{f(x)}$

¹ Jump Index

در بخش زیر الگوریتم Mickey تشریح شده که از ضریب پرش استفاده کرده است.

۳-۱-۱- الگوریتم رمز Mickey

الگوریتم Mickey به منظور کاربردهای سخت‌افزاری طراحی شده است و برای مولدهای دنباله کلید با کلاک نامنظم دو جانبه استفاده می‌شود.

Mickey دو پارامتر ورودی کلید و IV می‌گیرد. کلید استفاده شده در رمز Mickey برابر هشتاد بیت بوده که با k_0, K, k_{79} نشان داده می‌شود. مقدار IV نیز طولی بین صفر تا هشتاد بیت دارند که با $iv_0, K, iv_{|LENGTH-1}$ نشان داده می‌شود. خروجی دنباله کلید با z_0, z_1, K نشان داده شده و در نهایت متن رمز شده با جمع دودویی بیت‌های دنباله کلید حاصل و متن اصلی به دست خواهد آمد؛ اما مولد دنباله کلید از دو ثبات R و S ساخته شده، به طوری که هر ثبات شامل هشتاد شبکه یک بیتی است. ثبات‌های R با r_0, K, r_{79} و ثبات‌های S با s_0, K, s_{79} برچسب گذاری می‌شوند. در اینجا ثبات R به عنوان ثبات خطی و ثبات S، ثبات غیرخطی فرض می‌شود.

به منظور کلاک ثبات R، مجموعه RTAPS به صورت زیر تعریف می‌شود:

{ 0, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 12, 14, 16, 17, 20, 22, 24, 26, 27, 28, 24, 25, }
 { 27, 29, 41, 42, 49, 51, 52, 54, 56, 62, 67, 69, 71, 72, 76, 78, 79 }

حالا یک عمل کلاک
 $CLOCK_R(R, INPUT_BIT_R, CONTROL_BIT_R)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

با فرض اینکه r_0, K, r_{79} حالت ثبات R قبل از عمل کلاک و r'_0, K, r'_{79} بعد از عمل کلاک باشد، روابط زیر صادق هستند:

$FEEDBACK_BIT = r_{79} \oplus INPUT_BIT_R$
 FOR $1 \leq i \leq 79, r'_i = r_{i-1}; r'_0 = 0$
 FOR $0 \leq i \leq 79, \text{if } i \in RTAPS, r'_i = r'_i \oplus FEEDBACK_BIT$
 if $CONTROL_BIT_R = 1:$
 FOR $0 \leq i \leq 79, r'_i = r'_i \oplus r_i$

همچنین به منظور کلاک ثبات S، چهار دنباله $FB_{0,79}, K, FB_{0,79}, COP_{0,79}, K, COP_{0,79}, COP_{0,79}, K, COP_{0,79}$ و $FB_{0,79}, K, FB_{0,79}$ به صورت جدولی در [11] تعریف می‌شوند.

حالا یک عمل کلاک
 $CLOCK_S(S, INPUT_BIT_S, CONTROL_BIT_S)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

LFSR نخست یک دنباله دودویی S_1 با دوره تناوب p_1 تولید می‌کند که با بعضی مقسوم علیه‌های از مرتبه $2^{L_1} - 1$ حالتی از یک چندجمله‌ای بازگشتی تحویل‌ناپذیر را خواهد ساخت، به طوری که L_1 طول LFSR است. این دنباله N_1 تا صفر و N_1 تا یک دربر دارد که برای کلاک خوردن LFSR دوم به کار برده می‌شود، یعنی LFSR دوم از طریق فضای حالت آن گام بر می‌دارد که وابسته به بیت‌های نتیجه دنباله، با گام خوردن آن، c_0 بار یا c_1 بار خواهد بود، اگر به ترتیب بیت خروجی یک 0 یا یک 1 باشد. تعداد کل (N_s) گام‌ها توسط LFSR دوم با چندجمله‌ای در یک دوره تناوبی از LFSR نخست ساخته شده است که در رابطه $N_s = N_1 \cdot c_0 + N_1 \cdot c_1$ صدق می‌کند. فرض کنید LFSR دوم چندجمله‌ای بازگشتی تحویل‌ناپذیری دارد، از این جهت یک شرط ضروری در دنباله خروجی S_2 از LFSR دوم برای داشتن دوره تناوب بیشینه شده p_2 ، باید $\gcd(N_s, p_2) = 1$ باشد که یک شرط کافی نیز است.

LFSRهای به طول L ، دوره تناوبی به اندازه $2^L - 1$ دارند. در این حالت تعداد صفرها و یک‌ها با $N_0 = \frac{p-1}{2}$ و

$N_1 = \frac{p+1}{2}$ داده شده است. با توجه به اینکه حالت تماماً

صفر اتفاق نمی‌افتد، دست کم مقدار اختلاف تعداد صفرها و یک‌ها اندازه یک واحد خواهیم داشت. بنابراین تعداد کل گام‌ها با رابطه $N_s = c_0 \cdot p + (c_1 - c_0) \cdot 2^{L-1}$ بیان شده است. در نتیجه، اگر LFSR دوم با یک دوره تناوب p_2 برابر p ، (یا یکی از مقسوم‌های آن) داشته باشد، آن‌گاه شرط ضروری برای دوره تناوب بیشینه S_2 با رابطه $\gcd(N_s, p_2) = \gcd(c_1 - c_0, p) = 1$ به دست می‌آید.

در حالت خاصی که LFSRهای پرشی به کار می‌روند، یک گام یا یک پرش معادل با J گام از فضای حالت ساخته می‌شود که می‌توان شرط قبلی را به صورت $\gcd(J^*, p) = 1$ یا $\gcd(J-1, p) = 1$ در آن $J^* = 1 - J \pmod{\text{per}(f)}$ ضریب پرشی چندجمله‌ای متقابل $f(x)$ یعنی $f^*(x)$ است. به عبارت دیگر ضریب پرشی چندجمله‌ای بازگشتی از LFSR پرشی بایستی نسبت به دوره تناوب آن، نخست باشد.

یکی از ویژگی‌های جالب در توابع
 $x \rightarrow x + (x^2 \vee \delta) \bmod 2^n$ و
 $x \rightarrow x + (x^2 \vee (\delta + 2^{n-1})) \bmod 2^n$ آن است که دو تابع
 دارای اختلاف 2^{n-1} است.

اثبات این مشاهده بسیار راحت است؛ زیرا اگر بیت
 پرارش x^2 برابر صفر باشد، اثبات مطلب بالا مشخص است؛
 ولی اگر بیت پرارش x^2 برابر ۱ باشد، حاصل جمع به بیت
 n م رفته و با توجه به پیمانه 2^n ، این بیت حذف شده و
 اختلاف همان مقدار 2^{n-1} خواهد بود.

نکته مهم دیگری که برای همه توابع تی با دوره
 تناوب 2^n و در پیمانه 2^n برقرار است و از جمله در تابع
 $f(x) = x + (x^2 \vee (\delta + 2^{n-1})) \bmod 2^n$ می‌توان بیان کرد، آن
 است که تساوی رابطه $f^{2^{n-1}}(x) = (x + 2^{n-1}) \bmod 2^n$
 برقرار می‌باشد. دلیل این تساوی آن است که می‌دانیم
 $f^{2^n}(x) = x$. حال اگر فرض کنیم
 در این صورت رابطه

$$x = f^{2^{n-1}}(f^{2^{n-1}}(x)) = (f^{2^{n-1}}(x) + 2^{n-1}) \bmod 2^n$$

$$= (x + 2^{n-1} + 2^{n-1}) \bmod 2^n = x$$

برقرار است. البته با توجه به استقرا باید برای یک نقطه اولیه
 تأییدکننده باشد و در نهایت، برای هر تابع f باید این امر
 تحقیق شود. بر اساس دو نکته بالا لم زیر به راحتی اثبات
 می‌شود.

لم ۱. اگر $f(x) = x + (x^2 \vee \delta) \bmod 2^n$ در این صورت
 $f^{2^{n-1}+1}(x) = x + (x^2 \vee (\delta + 2^{n-1})) \bmod 2^n$

قضیه ۴. فرض کنید نگاشت به صورت:

$$x \rightarrow x + (x^2 \vee (\delta + a)) \bmod 2^n$$

یک بیت تصادفی تعیین کند که a برابر صفر و یا 2^{n-1} باشد؛
 در این صورت دوره تناوب تابع فوق حداقل برابر 2^{n-1} است.
اثبات:

با توجه به اینکه اگر تابع $x + (x^2 \vee \delta) \bmod 2^n$
 انتخاب شود، میزان پرش به اندازه ۱ و اگر تابع
 $x + (x^2 \vee (\delta + 2^{n-1})) \bmod 2^n$ انتخاب شود میزان پرش برابر
 $c = 2^{n-1} + 1$ نسبت به نگاشت $x \rightarrow x + (x^2 \vee \delta) \bmod 2^n$
 خواهد بود. دلیل برقراری مقدار c طبق لم ۱ مشخص است.

در این صورت برای پیدا کردن دوره تناوب این تابع
 فرض کنیم که t بار پرش به میزان یک و s بار پرش به اندازه

با فرض اینکه $s_{\delta}, K, s_{\delta}, s_{\delta}$ حالت ثابت S قبل از عمل
 کلاک و $s'_{\delta}, K, s'_{\delta}, s'_{\delta}$ بعد از عمل کلاک باشد، و نیز از
 $s_{\delta}, K, s_{\delta}$ به عنوان متغیرهای میانی برای سادگی توصیف
 استفاده شود، روابط زیر صادق هستند:

$$FEEDBACK_BIT = s_{\delta} \oplus INPUT_BIT_S$$

$$FOR \ 1 \leq i \leq \gamma, \ s'_i = s_{i-1} \oplus$$

$$((s_i \oplus COMP_{\delta_i}) \cdot (s_{i+1} \oplus COMP_{\delta_i})); \ s'_0 = 0; \ s'_{\gamma} = s_{\gamma}$$

if CONTROL_BIT_S = 0:

$$FOR \ 0 \leq i \leq \gamma, \ s'_i = \hat{s}'_i \oplus (FB_{\delta_i}, FEEDBACK_BIT)$$

if CONTROL_BIT_S = 1:

$$FOR \ 0 \leq i \leq \gamma, \ s'_i = \hat{s}'_i \oplus (FB_{\delta_i}, FEEDBACK_BIT)$$

پس از بیان توابع ثابت‌ها، یک کلاک مولد به نام
 $CLOCK_KG(R, S, MIXING, INPUT_BIT)$ به صورت زیر تعریف
 می‌شود:

$$CONTROL_BIT_R = s_{\delta} \oplus r_{\delta}$$

$$CONTROL_BIT_S = s'_{\delta} \oplus r'_{\delta}$$

if MIXING = TRUE: INPUT_BIT_R = INPUT_BIT \oplus s_{δ}

if MIXING = FALSE: INPUT_BIT_R = INPUT_BIT

$$CLOCK_R(R, INPUT_BIT_R, CONTROL_BIT_R)$$

$$CLOCK_S(S, INPUT_BIT_S, CONTROL_BIT_S)$$

برای توصیف بیشتر الگوریتم به [11] رجوع شود.
 همچنین از الگوریتم Pomaranch به عنوان الگوریتم‌های
 مبتنی بر توابع تی یاد شد که می‌توان به [10] رجوع کرد.

۴- ارتباط بین توابع تی و پرش

قضیه ۳. فرض کنید تابع $f: Z_{2^n} \rightarrow Z_{2^n}$ یک تابع تی
 دوسویه^۱ باشد. در این صورت تابع $f^i: Z_{2^n} \rightarrow Z_{2^n}$ با
 ضابطه $f^i(x) = \begin{cases} x & \text{if } i = 0 \\ f(f^{i-1}(x)) & \text{if } i > 1 \end{cases}$ برای هر i یک
 تابع تی دوسویه خواهد بود [4].

هدف اصلی این مقاله با ذکر این قضیه بیان خواهد
 شد که پرش در توابع تی است. از توابع یک‌متغیره‌ای که
 دارای دوره تناوب بیشینه است، می‌توان تابع
 $x \rightarrow x + (x^2 \vee \delta) \bmod 2^n$ را نام برد.

¹ Bijective

۶-منابع

- [1] Jansen, C.J.A : Streamcipher design: Make your LFSRs jump! In The State of the Art of Stream Ciphers, Workshop Record, ECRYPT Network of Excellence in Cryptology (2004), pp. 94–108 <http://www.ecrypt.eu.org/stvl/sasc/sasc-record.zip>.
- [2] A. Klimov and A. Shamir : Applications of T-functions in Cryptography ,PHD Thesis, Weizmann Institute of Science, 2005.
- [3] A. Klimov and A. Shamir, New Cryptographic Primitives Based on Multiword T-functions, FSE (Fast Software Encryption) 2004, LNCS 3017, Springer-Verlag, pp. 1–15.
- [4] Min Surp Rhee : on a Characterization of T-Functions with one Cycle Property, JOURNAL OF THE CHUNGCHONG MATHEMATICAL SOCIETY Volume 21, No. 2, June 2008, pp. 259-268.
- [5] Cees J.A. Jansen : Stream Cipher Design based on Jumping Finite State Machines, <http://eprint.iacr.org/2005/267>.
- [6] A Kilmov and A. Shamir, A New Class of Invertible Mappings, CHES 2002, LNCS 2523, 470-483, 2003.
- [7] Vladimir Anashin, Andrey Bogdanov, Ilya Kizhvatov, and Sandeep Kumar, ABC: A new fast flexible stream cipher. eSTREAM, ECRYPT Stream Cipher Project, Report 2005/001,2005.<http://www.ecrypt.eu.org/strea>.
- [8] J. Hong, D. Lee, Y. Yeom, D. Han, and S. Chee. T-function Based Stream Cipher TSC-3. ECRYPT Stream Cipher Project Report 2005/031,2005,<http://www.ecrypt.en.org/strea>.
- [9] J. Hong, D. Lee, Y. Yeom, and D. Han (2005). A New Class of Single Cycle T-functions. Fast Software Encryption, FSE 2005, LNCS 3557. Springer-Verlag. pp. 68–82.
- [10] C.J.A. Jansen, T. Helleseeth, and A. Kholosha, Cascade Jump Controlled Sequence Generator and Pomaranch Stream Cipher, LNCS 4986, pp. 224–243, 2008.
- [11] S. Babbage, M. Dodd, The MICKEY Stream Ciphers, LNCS 4986, pp. 191–209, 2008.
- [12] Vladimir Anashin, Andrey Bogdanov, Ilya Kizhvatov, and Sandeep Kumar. ABC: A new fast flexible stream cipher. Version 2, 2005. <http://crypto.ruh.ru/papers/abc-spec-v2.pdf>.
- [13] Maximov, A.: A New Stream Cipher “Mir-1”. eSTREAM submission, 2005.
- [14] S ONeil, B. Gittins and H. Landman. VEST Hardware-Dedicated Stream Ciphers. Available at www.ecrypt.eu.org/stream/ciphers/vest/vest.pdf.

$2^{n-1} + 1$ باشد. در این صورت باید کوچکترین مقدار $s+t$ را به طوری پیدا کرد که

$$t + s(2^{n-1} + 1) = k \cdot 2^n$$

همچنین مقادیر s, t و $s+t$ باید مثبت باشند. در این صورت رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$t + s = k \cdot 2^n - s \cdot 2^{n-1} = k'(2^{n-1})$$

به این ترتیب می توان نشان داد که $s+t$ حداقل مقدار مثبتی که می تواند داشته باشد برابر 2^{n-1} است.

هرچند اثبات بالا برای توابع تی یک متغیره ارائه شد، می توان همین بحث را برای توابع تی n متغیره اثبات کرد.

فرض کنیم رابطه

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) = f^{2^n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

صادق باشد، زیرا

بعد از 2^n بار تکرار $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ به نتایجی (x_1, x_2, \dots, x_n) خواهیم رسید و لذا روابط زیر به دست خواهند آمد:

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) = f^{2^n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$= f^{2^{n-1}}(f^{2^{n-1}}(x_1, x_2, \dots, x_n)) = f^{2^{n-1}}(x_1, x_2, \dots, x_n) + 2^{n-1}$$

$$= (x_1, x_2, \dots, x_n) + 2^{n-1} + 2^{n-1} \pmod{2^n} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\Rightarrow f^{2^{n-1}}(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$+ 2^n \Rightarrow (x_1, x_2, \dots, x_n) + \left(\begin{matrix} (x_1, x_2, \dots, x_n) \vee \\ ((a_1, a_2, \dots, a_n) + 2^{n-1}) \end{matrix} \right) \pmod{2^n}$$

۵- نتیجه

در این مقاله پس از بیان کوتاهی از توابع تی، تشریح چند الگوریتم رمز مبتنی بر توابع تی، مفاهیم پرش و تشریح یک الگوریتم مبتنی بر پرش، یک ساختار پرش با استفاده از توابع تی ارائه شد. این ساختار دارای حد پایینی برای حداقل دوره تناوب است و همچنین از لحاظ پیاده سازی، عملیات اضافه ای ندارد و می تواند به عنوان یک ساختار اولیه مناسب در طراحی رمزهای جریانی آینده به کار رود. این ساختار به منظور طراحی یک مولد تصادفی بسیار مناسب است. داشتن بیشترین دوره تناوب بیشینه در یک دنباله L بیتی و مقاومت علیه حملات کانال جانبی به دلیل استفاده از پرش، علت مناسب تر بودن این ساختار نسبت به ساختارهای معمول است.



سید مهدی سجادیه مدارک کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکترای خود را از دانشگاه صنعتی اصفهان در سال‌های ۸۲، ۸۴ و ۹۱ در رشته مهندسی برق مخابرات کسب کرده است.

وی از سال ۱۳۹۰ تا کنون عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد اصفهان (خوراسگان) است. زمینه پژوهش‌های وی الگوریتم‌ها و پروتکل‌های رمزنگاری بویژه بررسی رمزهای قالبی و دنباله‌ای است.



علی هادی پور مدرک کارشناسی را در سال ۸۷ در رشته ریاضی محض از دانشگاه پیام نور مرکز نطنز و کارشناسی ارشد خود را در سال ۹۰ در رشته ریاضی رمز از دانشگاه صنعتی

مالک اشتر کسب کرده است. وی از سال ۱۳۹۱ تا کنون در یک مرکز تحقیقاتی مشغول به فعالیت بوده است. علایق پژوهشی ایشان، پژوهش در زمینه طراحی الگوریتم‌های رمزنگاری متقارن و نیز طراحی الگوریتم‌های پنهان‌نگاری است.



راحله مراد عقیفی مدرک کارشناسی را در سال ۸۵ در رشته ریاضی کاربردی از دانشگاه صنعتی امیرکبیر و کارشناسی ارشد خود را در سال ۹۰ در رشته ریاضی رمز از دانشگاه صنعتی مالک اشتر کسب کرده است.

وی از سال ۱۳۹۳ تا کنون در دانشگاه غیرانتفاعی آل طه مشغول به فعالیت بوده است. علایق پژوهشی ایشان، پژوهش بر روی طراحی الگوریتم‌های رمزنگاری متقارن و نیز تحقیقات بر روی کدینگ کانال می‌باشد.

